PART2　組合せの利用

例題

男子 6 人，女子 4 人から次のように 4 人選ぶ方法は何通りあるか。

(1)　男女問わず 4 人選ぶ

(2)　男子 2 人，女子 2 人選ぶ

(3)　女子を少なくとも 1 人選ぶ

(4)　ある特定の 1 人 A を含むように選ぶ

Point Pickup

練習

男女ともに 5 人の合計 10 人から 5 人を選ぶ。次のような選び方は何通りあるか。

(1)　少なくとも 1 人の男子を選ぶ

(2)　女子を 2 人以上選ぶ

(3)　A は選ばれるが，B は選ばれない

第 3 講　PART2　確認問題

1 男女ともに 4 人の合計 8 人から 4 人を選ぶとき，少なくとも 1 人の男子を選ぶ選び方は [アイ] 通りある。

2 男女ともに 4 人の合計 8 人から 4 人を選ぶとき，女子を 2 人以上選ぶ選び方は [ウエ] 通りある。

3 8 人から 5 人を選ぶとき，ある特定の 2 人 A，B を含むが，C は含まないような選び方は [オカ] 通りある。

PART2　組合せの利用

例題

男子 6 人，女子 4 人から次のように 4 人選ぶ方法は何通りあるか。

(1)　男女問わず 4 人選ぶ

(2)　男子 2 人，女子 2 人選ぶ

(3)　女子を少なくとも 1 人選ぶ

(4)　ある特定の 1 人 A を含むように選ぶ

(1)　男女合わせて 10 人から 4 人選ぶ方法で $_{10}C_4=\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=210$（通り）

(2)　男子の選び方は $_6C_2$ 通り，そのおのおのに対し，女子の選び方は $_4C_2$ 通り

よって，求める場合の数は $_6C_2\times{}_4C_2=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}=90$（通り）

(3)　（解法 1）

女子が 1 人も選ばれないのは，4 人とも男子を選ぶときで　$_6C_4={}_6C_2=15$（通り）

よって，求める場合の数は $210-15=195$（通り）

（解法 2）

女子が少なくとも 1 人選ばれるのは

①　4 人とも女子　　②　女子 3 人，男子 1 人

③　女子 2 人，男子 2 人　　④　女子 1 人，男子 3 人

のいずれかの場合である。

①の場合の数は　$_4C_4=1$（通り）

②の場合の数は　$_4C_3\times{}_6C_1={}_4C_1\times{}_6C_1=4\times6=24$（通り）

③の場合の数は　$_4C_2\times{}_6C_2=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}=90$（通り）

④の場合の数は　$_4C_1\times{}_6C_3=4\times\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=80$（通り）

よって，求める場合の数は　$1+24+90+80=195$（通り）

(4)　A を先に選び，残り 9 人から 3 人を選ぶ方法で　$_9C_3=\dfrac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1}=84$（通り）

練習

男女ともに５人の合計10人から５人を選ぶ。次のような選び方は何通りあるか。

(1)　少なくとも１人の男子を選ぶ

(2)　女子を２人以上選ぶ

(3)　Ａは選ばれるが，Ｂは選ばれない

(1)　男女合わせて10人から５人選ぶ方法は $_{10}C_5=\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=252$ (通り)

５人とも女子を選ぶ方法は　$_5C_5=1$ (通り)

よって，求める場合の数は　$252-1=251$ (通り)

(2)　５人とも男子を選ぶ方法は　$_5C_5=1$ (通り)

男子４人，女子１人を選ぶ方法は　$_5C_4\times{}_5C_1={}_5C_1\times{}_5C_1=5\times5=25$ (通り)

よって，求める場合の数は　$252-(1+25)=226$ (通り)

(3)　Ａを先に選び，残り９人のうちＢを除く８人から４人を選ぶ方法で

$$_8C_4=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=70\ (通り)$$

第３講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] アイ：69

[解説]

男女合わせて８人から４人を選ぶ方法は

$${}_8C_4=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=70\text{(通り)}$$ [A]

男子が１人も選ばれないのは，４人とも女子を選ぶときで　${}_4C_4=1$(通り)

よって，求める場合の数は

$70-1=69$(通り) [B]

(別解)

少なくとも１人の男子を選ぶのは以下のいずれかの場合である。

(i)　４人とも男子

$${}_4C_4=1\text{(通り)}$$

(ii)　男子３人，女子１人

$${}_4C_3\times{}_4C_1={}_4C_1\times{}_4C_1=4\times4=16\text{(通り)}$$

[C]

(iii)　男子２人，女子２人

$${}_4C_2\times{}_4C_2=6\times6=36\text{(通り)}$$

(iv)　男子１人，女子３人

$${}_4C_1\times{}_4C_3={}_4C_1\times{}_4C_1=4\times4=16\text{(通り)}$$

よって，(i)〜(iv)より求める場合の数は

$1+16+36+16=69$(通り) [D]

[A]　組合せ

$${}_nC_r=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)(r-2)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1}$$

${}_nC_n=1$，${}_nC_0=1$，${}_nC_r={}_nC_{n-r}$

$(0\leqq r\leqq n)$

[B]

(全体の総数)－(起こらない場合の総数)

[C]　${}_nC_r$ の性質

${}_nC_r={}_nC_{n-r}$

ただし，$0\leqq r\leqq n$

[D]　同時には起こらないので，和の法則により場合の数を求める。

2　[正解] ウエ：53

[解説]

男女合わせて 8 人から 4 人を選ぶ方法は

$$ {}_8C_4 = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 70(\text{通り}) $$

4 人とも男子を選ぶ方法は　${}_4C_4 = 1$(通り)

男子 3 人，女子 1 人を選ぶ方法は

$$ {}_4C_3 \times {}_4C_1 = {}_4C_1 \times {}_4C_1 = 4\times4 = 16(\text{通り}) $$ [E]

よって，求める場合の数は

$$ 70-(1+16) = \mathbf{53}(\text{通り}) $$ [F]

[E]　どの集団からいくつ選ぶかを明確にし，それぞれの集団における組合せを考え，積の法則により場合の数を求める。

[F]
(全体の総数)－(起こらない場合の総数)

3　[正解] オカ：10

[解説]

A，B を先に選び，残り 6 人のうち C を除く 5 人から 3 人を選ぶ方法で

$$ {}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5\cdot4}{2\cdot1} = \mathbf{10}(\text{通り}) $$ [G]

[G]　${}_nC_r$ の性質
$${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$$
ただし，$0 \leqq r \leqq n$